



KANDIDATNUMMER:

KONTINUASJONSEKSAMEN

EMNENAVN: Elektriske Anlegg og Høyspenningsteknikk
(To deler hver på 2 timer og 30 min). For
noen studenter skal de bare løse en av delene. For ordinære
studenter er det hele eksamen.

EMNENUMMER: ELE3341 hele, ELE3311 del 1, ELE3271 del 2

EKSAMENS DATO: 25. februar 2016

KLASSE: 13HBINEA samt nettstudenter og studenter ved
Karlstad Universitet, Høgskolen i Østfold og tidligere studenter i
enten Høyspenningsteknikk eller Elektriske anlegg

TID: KL0900-1400 Hig og HiØ (0900-11.30 ved kun en av delene)

KL 0815-13.15 KaU (0815-10.45 ved kun en av delene)

(Noen studenter kan ha innvilget tilleggstid)

EMNEANSVARLIG: Ian Norheim Mob tlf(+47 41106677)

Tor Arne Folkestad Mob tlf (+47 90840335)

ANTALL SIDER UTLEVERT: Det er til sammen **19** sider med
forside og formelsamling inkludert. Det er totalt **4** oppgaver.

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Inkludert
formelsamling i eksamenssettet (7sider med formler til elektriske anlegg og 7
sider med formler til Høyspenningsteknikk)

INNFØRING MED PENN.

For de som benytter gjennomslagsark husk: Ved innlevering skilles hvit og gul
besvarelse og legges i hvert sitt omslag.

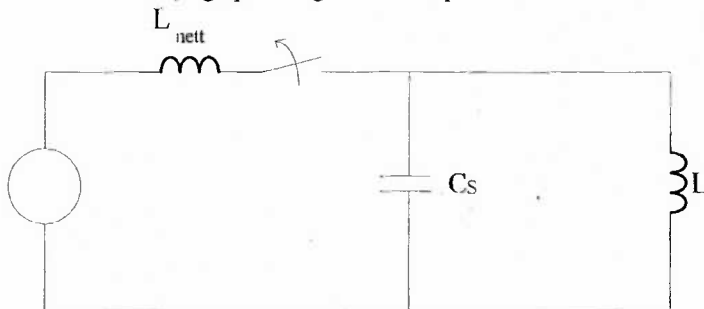
Oppgavetekst, kladd og blå kopi beholder kandidaten.

Husk kandidatnummer på alle ark.

DEL 1. Høyspenningsteknikk (50 %)

Del 1. Oppgave 1 Diverse spørsmål (20 %)

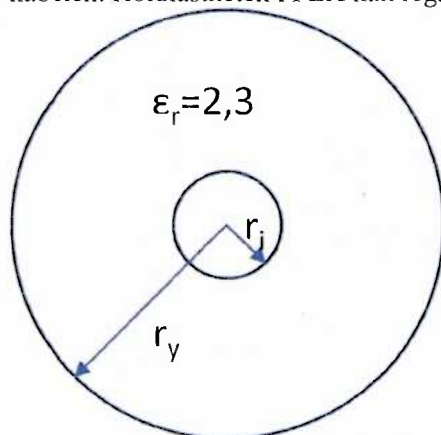
- Hvilke typer (grupper av) overspenninger er viktig å hensynta når man dimensjonerer isolasjon i et kraftnett? Hvilken av disse er dimensjonerende for et kraftnett som drives med merkespenning 400 kV?
- Hvilke funksjoner har olje i transformatorer? Hvorfor utføres tiltak til å unngå vann i en krafttransformators olje? Beskriv kortfattet et tiltak som benyttes for å unngå vann i oljen under drift av transformatoren.
- Det vises til figur 1. Bruk energibetraktning til å sette opp et uttrykk for den maksimale spenningen som oppstår over C_s når strømmen brytes idet strømmen i induktansen L er lik i_0 , og spenningen over kapasitansen C_s er lik U_0 .



Figur 1: Enfase ekvivalentskjema for en induktiv krets.

Del 1. Oppgave 2 Elektrisk feltstyrke i kabel (30 %)

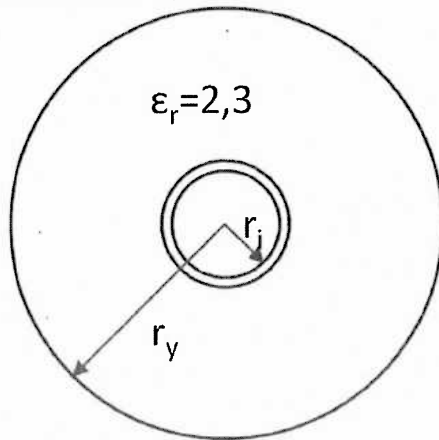
En enleder kabel som inngår i et trefasenett som driftes i vanlig drift med maksimal driftsspenning 72 kV har innerleder med radius $r_i = 12$ mm og ytre radius av isolasjonslaget er $r_y = 23$ mm. Isolasjonens relative permittivitet er $\epsilon_r = 2,3$. Figur 2 illustrerer et tverrsnitt av kabelen. Holdfastheten i PEX kan regnes som 60 kV/mm.



Figur 2: Kabel med PEX-isolasjon og med innerlederradius $r_i = 12$ mm og yterradius for isolasjonslaget $r_y = 23$ mm.

- Beregn maksimal feltstyrke i isolasjonen under vanlig drift av kabelen og beregn kabelens kapasitans per meter.

På grunn av en produksjonsfeil har det oppstått en luftspalte med bredde 0,1 mm mellom innerleder og isolasjonslaget i noen meter av kabelen fra figur 2. For enkelthetskyld antas det at luftspalten er like bred hele omkretsen rundt innerleder. Se vekk fra randeffekter mellom den delen av kabelen som har luftspalte og kabelen for øvrig. Figur 3 illustrerer luftspalten rundt innerleder av kabelen.



Figur 3: Kabel med PEX-isolasjon og med innerlederradius $r_i = 12$ mm og ytterradius for isolasjonslaget $r_y = 23$ mm. En luftspalte på 0,1 mm ligger rundt innerleder av kabelen.

- Beregn kapasitans/meter i luftspalten og kabelens totale kapasitans/meter i den delen av kabelen som har luftspalte.
- Beregn den maksimale elektriske feltstyrken i luftgapet av kabelen. Hva vil skje når holdfastheten i luft er 3 kV/mm?

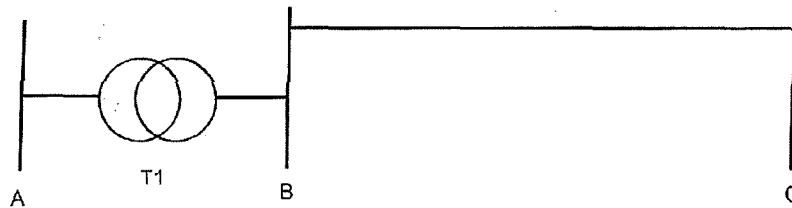
Dersom et kraftnett på et høyt spenningsnivå kables i stor utstrekning vil kablene trekke en stor ladestrøm og kunne gi store tap og spenningsfall/stigning i nettet. Anta at du for å imøtegå dette skal utvikle en kabeltype med betydelig lavere kapasitans enn dagens kabler. Ta utgangspunkt i kapasitansen til en kabel med ett isolasjonslag.

- Gjør noen vurderinger og få frem viktige utfordringer i utvikling av en slik kabel.

Del 2: (50%) Elektriske anlegg

Del 2. Oppgave 1 (50%)

Gitt en krets som vist.



Merkeedata:

Transformator T1:

50MVA, 10/130kV, $X_T=10\%$

Samleskinne B ligger på 130kV.

Linje B-C:

$l = 56.3\text{km}, x_L = 0.4\Omega/\text{km}$

Tilsynelatende lastuttak i samleskinne C:

$(25+j30)\text{MVA}$

Spenningen i samleskinne B er

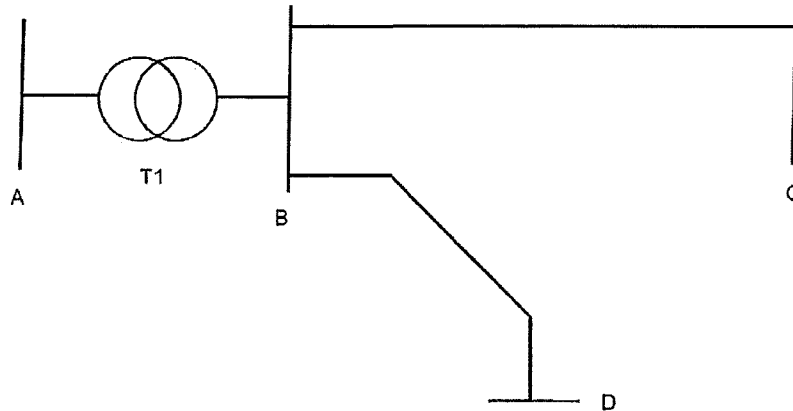
1.00 p.u med merkeedata fra transformator T1 brukt som systemreferanse.

- Hva blir kortslutningsreaktansen til trafo T1 i per unit (p.u) referert til trafoens merkeedata?
- Hva blir kortslutningsreaktansen til trafoen målt i ohm hvis impedansen plasseres på 130kV siden (av trafoens ideelle trafokobling)?
- Hva er spenningen på samleskinne C målt i p.u?

Systemet utvides med en ny linje fra samleskinne B til D.

Merke-data:

Linje B-D: $l = 56.3 \text{ km}, x_L = 0.4 \Omega/\text{km}$



Driftsforholdene for B til C beholdes uforandret (D.v.s med samme spenning og effektuttak i C som angitt tidligere i oppgaven).

Innmatningen av effekt på linjen BD i samleskinne B er : $(30+j25)\text{MVA}$

- d) Hva blir spenningen i samleskinne D og A?
(Hvis du ikke har funnet noe svar i c så anta en p.u spenningen i samleskinne B)
- e) Bruk nodespenningsanalyse (knutepunktsanalyse), og sett opp admittansmatrisen Y for systemet.
- f) Regn ut uttaket av laststrøm i samleskinne C ved matricesystemet, og kontroller at effektuttaket i samleskinne C blir som oppgitt i oppgaven.

Formelsamling Høyspenningsteknikk 2015

FORMELSAMLING I HØYSPENNINGSTEKNIKK

Elektrostatikk

- Coulomb's lov : $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \vec{r}$

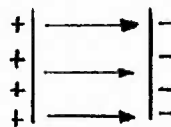
Kraftvirkningen F mellom to ladninger Q_1 og Q_2 med en avstand r imellom.

- Permittiviteten ϵ er gitt relativt permitiviten i vakum: $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$
 ϵ_0 permittivitet i vakum, ϵ_r relativt permitivitet

- Det elektriske feltet \vec{E} er en resultant av kraftvirkninger fra ladninger på en positiv enhetsladning q : $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

- Superposisjonsprinsippet gjelder for både \vec{E} og \vec{F} : $\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$
 $\vec{F}_{tot} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$

- Felklinjenes retning er definert positivt fra positivt til negativ ladning.



- Elektrisk potensialforskjell (spenning) er definert som: $\Delta V = - \int_{S_1}^{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Feltstyrken integreres om en strekning ds mellom de punktene som en vil finne potensialforskjell mellom.

- Energien ved å flytte en ladning q mellom en potensialforskjell ΔV er: $W = q \cdot \Delta V$

- Flukstettheten \vec{D} er en vektor som angir ladningstettheten i en flate vinkelrett på vektoren: $\vec{D} = \frac{Q}{A} \cdot \vec{n}$



- Permittiviteten sier noe om et stoffs evne til å polariseres. Når stoffet polariseres settets det opp et polarisasjonsfelt motsatt rettet av D- feltet.

$$\vec{E} = \vec{D} + \vec{P}$$



- Sammenhengen mellom \vec{D} og \vec{E} feltet gitt ved:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \text{ pF/m}$$

- Kapasiteten C er gitt ved :

Q = ladning

U = spenning

$$C = \frac{Q}{U}$$

- Gauss theorem :

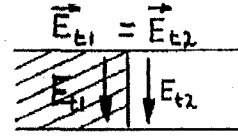
$$\oint \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dA = Q$$

n er en enhetsnormalvektor rettet vinkelrett på flaten dA

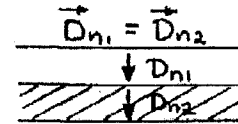
A er flatearealet av en lukket flate som omslutter et volum med ladning Q

GRENSEBETINGELSER:

- Tangensiellkomponenten av de elektriske feltstyrkene på hver side av en grenseflate hvor det ikke ligger ladning er like.



- Normalkomponenten av flukstettheten på hver side av en grenseflate hvor det ikke ligger ladning må være like.



- Elektrisk flukstetthet fra en punktladning :

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

- Elektrisk flukstetthet fra en uendelig lang sylinder med radius r , q er ladning pr lengdeenhet :

$$\vec{D} = \frac{q}{2\pi r}$$

SYLINDERKONDENSATOR ELLER KABEL MED :

1. Dielektrika :

q = ladning pr lengdeenhet

r = ytterlederens indre radius

r = innerlederens ytre radius

V = spenning mellom leder og ytterkappe

$$V = + \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

- Feltstyrke :

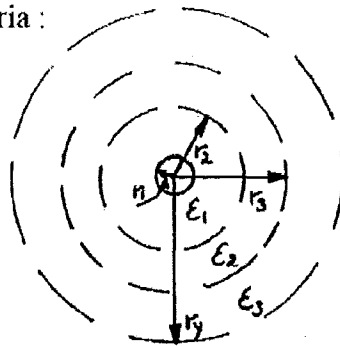
$$E(r) = \frac{V}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

- Kapasitet :

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

3. Dielektrika :

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$



$$E = \frac{C \cdot U}{2\pi\epsilon_1 r} \quad r_1 \leq r < r_2$$

$$E = \frac{C \cdot U}{2\pi\epsilon_2 r} \quad r_2 \leq r < r_3$$

$$E = \frac{C \cdot U}{2\pi\epsilon_3 r} \quad r_3 \leq r < r_4$$

PLATEKONDENSATOR MED :

- 1 Dielektrika

d = avstanden mellom elektrodene

A = arealet av elektrodene

$$E = \frac{V}{d}$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

- 3 Dielektrika

$$C = \frac{l}{\frac{l}{C_1} + \frac{l}{C_2} + \frac{l}{C_3}}$$

$$D = \frac{Q}{A} = \frac{C \cdot U}{A}$$

$$E_1 = \frac{C \cdot \frac{U}{A}}{\epsilon_1} = \frac{U_1}{d_1}$$

$$E_2 = \frac{C \cdot \frac{U}{A}}{\epsilon_2} = \frac{U_2}{d_2}$$

$$E_3 = \frac{C \cdot \frac{U}{A}}{\epsilon_3} = \frac{U_3}{d_3}$$

KULEKONDENSATOR

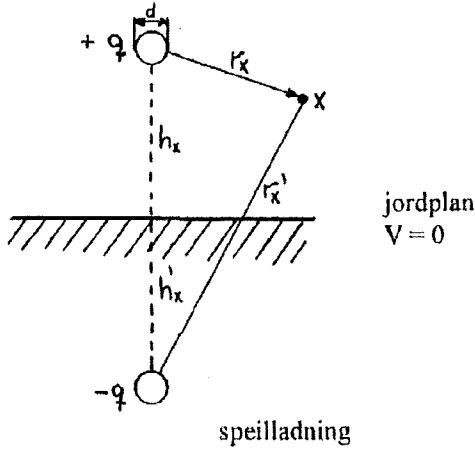
- 1 Dielektrika

$$E(r) = \frac{C \cdot U}{4\pi \epsilon r^2}$$

$$C = 4\pi \epsilon \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi \epsilon} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

EN LEDER OVER JORDPLAN

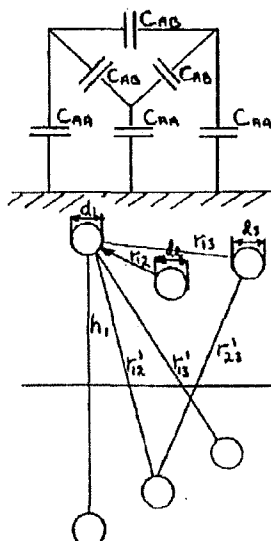


Potensialet i et punkt x er: $V_x = \frac{q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{r'_x}{r_x}$

$$V_{leder} = \frac{q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{h_x + h_x}{\frac{d}{2}} = \frac{q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{4 h_x}{d}$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{4h}{d}}$$

TREFASE REVOLVERT LEDER



Driftskapasitet: $C_D = C_{AA} + 3C_{AB}$
nr. meter

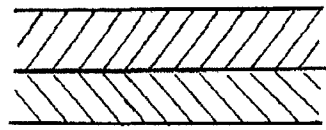
$$C_{AA} = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \left[\frac{4h}{d} \cdot \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]}$$

$$C_D = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \left[\frac{4h}{d} \cdot \frac{r'}{r} \right]}$$

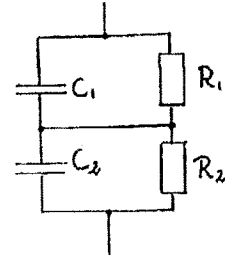
$$d = \sqrt[3]{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3} \quad r = \sqrt[3]{r_{12} \cdot r_{23} \cdot r_{31}}$$

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3} \quad r' = \sqrt[3]{r'_{12} \cdot r'_{23} \cdot r'_{31}}$$

LIKESPENNINGSKONDENSATOR MED TO DIELEKTRIKA



ϵ_1, ρ_1 Modell
 ϵ_2, ρ_2 \Rightarrow



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{\rho_1 \cdot \epsilon_1}{\rho_2 \cdot \epsilon_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$\rho_1 \epsilon_1 > \rho_2 \epsilon_2 \Rightarrow D_1 > D_2 \Rightarrow C_{\text{tot}} = C_1 \frac{U_1}{U_{\text{tot}}}$$

$$\rho_2 \epsilon_2 > \rho_1 \epsilon_1 \Rightarrow D_2 > D_1 \Rightarrow C_{\text{tot}} = C_2 \frac{U_2}{U_{\text{tot}}}$$

TOWNSENDS OVERSLAGSKRITERIUM, for elektro positiv gass

E: feltstyrke
 p: gasstetthet

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) = 1$$

1. Ionisasjonskoeff.
 - Sansynligheten for at et fritt elektron (~~fritt~~) slår ut et nytt elektron.

$$\alpha = p \cdot f \left(\frac{E}{p} \right)$$

2. Ionisasjonskoeff. $\gamma = g \left(\frac{E}{p} \right)$
 - Sansynligheten for at et positivt ion skal slå ut et elektron fra katoden.

OVERSLAGSKRIT. FOR ELEKTRONEGATIV GASS (SF₆)

η : tilknytningskoeff. som angir sannsynligheten for at et fritt elektron blir fangetopp av et gassmolekyl og danner et negativt ion.

$$\frac{\gamma \cdot \alpha}{\alpha - \eta} [e^{(\alpha - \eta) \cdot d} - 1] = 1$$

PASCHEN'S LOV $V_{\text{gl}} = f(p \cdot d)$

- Den relative permitiviteten ϵ kan deles opp i en realdel og en imaginærdel hvor den imaginære delen er et uttrykk for resonansfrekvens og tap.

$$\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon''$$

$$\epsilon'' \approx \epsilon_r \cdot \tan \delta$$

$\tan \delta$ kalles tapsfaktor og et uttrykk for hvor utsatte materialet er for dielektriske tap.

Utviklet dielektrisk tap pr volumenhet: $dp = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \tan \delta E^2 dV$

$\omega = 2 \pi f$, f = frekvens

E: feltstyrke dV : volumenhet

- Fouriers lov for varmeledning i et plan:

$$Q = -\lambda \cdot A \frac{dT}{dx}$$

Q: varme

λ : varmeledningsevne

A: tverrsnittet varmen ledes igjennom

$\frac{dT}{dx}$: temperaturgradienten

- Generert dielektrisk effekt i en kabel pr lengde enhet :

$$P = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r \tan \delta U^2 2\pi}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

- Temp. T_i på innerleder som følge av bare dielektriske tap :

$$T_i = T_y + \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r \tan \delta U^2}{\lambda}$$

- Temp T_i på innerleder som følge av bare strømvarmetap ($i^2 \cdot r$) :

$$T_i = T_y + \frac{i^2 \cdot r}{2\pi \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

r : motstanden pr lengde enhet

ISOLATOR HENGEKJEDE

n = totalt antall ledd

x = ledd nr. x

U_x = spenningen fra jord til ledd x

U = spenning mellom linje og jordet travers

K = kapasitet mellom kappe og bolt

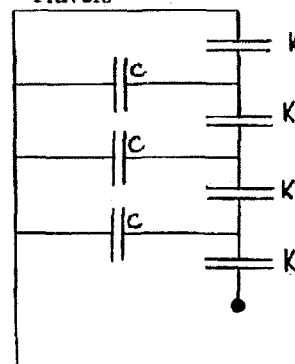
C = kapasitet mellom kappe + bolt og jord

$$U_x = U \cdot \frac{\sinh(\delta \cdot x)}{\sinh(\delta \cdot n)}, \quad \sinh \frac{\delta}{2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{K}}$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\sinh^{-1}(x) = \ln [x + \sqrt{x^2 + 1}]$$

Travers



KONDENSATORGJENNOMFØRING

r : radius til et folie lag (elektrode)

l : lengde av et folielag

r_y : radiusen til ytre jordet flens mot vegg

l_y : lengden av ytre jordet flens

(Forenkling hvert folielag betraktes som en platekondensator)

$$r \cdot l = r_y \cdot l_y$$

E_a : aksial feltstyrke

$$E_a = \frac{\Delta U}{\Delta l} = 2 \frac{\Delta U}{\Delta r} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta l}$$

$$E_a = 2 E_r \frac{\Delta r}{\Delta l} = 2 E_r \frac{r^2}{r_y \cdot l_y}$$

BØLGEIMPEDANSEN FOR EN TAPSFRI LEDER

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$U_{REF} = \rho U_{inn}$$

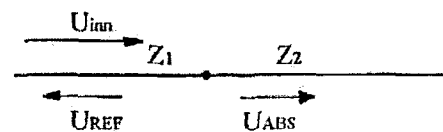
$$U_{ABS} = \alpha U_{inn}$$

ρ : refleksjonskoeff.

α : absorbasjonskoeff.

$$\rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$\alpha = 1 + \rho = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$



BØLGEHASTIGHETEN

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$H(t) = \begin{cases} 1 & (t) > 0 \\ 0 & (t) \leq 0 \end{cases}$$

INDUSERT LYNOVERSPENNING U_0

(For linjer uten gjennomgående jordline)

$$U_0 = \frac{30h}{x} k I_0$$

h = lederens høyde over bakken

x = avstanden mellom nedslagssted og leder

I_0 = lynstrømmens maksimalverdi

k = 1.07 - 1.38

DIFF. LIKNING

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = \frac{\sqrt{2} U}{LC} \cos \omega t$$

Løsning:

$$U_C(t) = A \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} + B \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{2} U}{1 - \omega^2 LC} \cos \omega t$$

ENERGI W lagret i en induktans L :

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

----- " ----- " ----- kapasitet C :

$$W = \frac{1}{2} C U^2$$

Fouriers lov om varmeledning: $P = -\lambda A \cdot (dT/dx)$

- A: tverrsnittet varmen ledes igjennom
- λ : varmeledningsevnen til isolasjonsmaterialet
- dt/dx : temperaturgradienten i varmestrømmens retning
- P: Effekttutvikling

P: Dielektriske tap i [W/m] kabel :

$$P = \omega \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r \tan \delta}{\ln \frac{r_y}{r_i}} U^2$$

U: spenningens effektivverdi mellom kappe og innerleder [V]

ω : vinkelfrekvens i [rad/s]

$\tan \delta$: tapsfaktor

r_y : ytterkappes indre radius

r_i : innerleder radius

ϵ : dielektrisitetetskonstant

Temperatur ved radius r i en kabel med gitt temperatur på ytterkappe T_y og varmeledning λ i isolasjonsmaterialet:

$$T(r) = T_y + \frac{P}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_y}{r}$$

P er produsert effekt ved innerleder.

For en tilnærmet modell av varmeledning i en kabel kan man anta at effekttutviklingen ved innerleder P er gitt ved $P = \text{strømvarmetap} + \text{halvparten av dielektriske tap}$.

Strømvarmetap målt i [W/m] er: $R \cdot I^2$

hvor I er strømmen i ampere og R er motstanden i ohm/meter.

FORMLER i Elektriske anlegg 2015

Linjeparameetre (3-fasett) forutsetter revolverte linjer og like diametere på faseledere:

Deq : Geometrisk midlere faseavstand

Ds: Geometrisk midlere radius

Ds': Geometrisk midlere tilsynelatende radius

r' : Tilsynelatende radius

r : lederradius

h: Geometrisk midlere fasehøyde over jordplan

D': Geometrisk midlere faseavstand mellom ladninger og speilladninger

Cn: Forenklet beregning av driftskapasitansen

Cab: Kapasitet mellom faseledere for revolvert linje i modell med speilladning.

$$r' = r \cdot e^{-\frac{1}{4}} \approx 0.78r$$

Midlere induktans pr. fase:
$$L_a = 2 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{D_{eq}}{D_s'}\right) [\text{H/m}]$$
 hvor: $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$

Forenklet beregning av driftskapasitans. Tar ikke hensyn til jordplanets innvirkning men vil gi god nok anslagsverdi for beregninger:

$$C_n = \frac{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{D_s}\right)} [F/m]$$

Midlere kapasitans mellom faseledere og jord beregnet med speilladning:

$$C_{aj} = \frac{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\ln\left[\frac{2h}{D_s} \left(\frac{D_{eq}}{D_s}\right)^2\right]} [F/m]$$

Midlere driftskapasitet beregnet med speilladninger:

$$C_d = \frac{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\ln\left[\frac{2h}{D_s} \left(\frac{D_{eq}}{D_s}\right)\right]} [F/m]$$

$$3C_{ab} = C_d - C_{aj}$$

Simplex

(Én leder pr.fase)

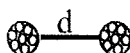


$$D_s = r$$

$$D_s' = r'$$

Duplex

(To ledere pr.fase)

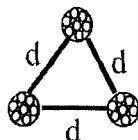


$$D_s^{duplex} = \sqrt{D_s \cdot d}$$

$$D_s'^{duplex} = \sqrt{D_s' \cdot d}$$

Triplex

(Tre ledere pr.fase)



$$D_s^{triplex} = \sqrt[3]{D_s \cdot d^2}$$

$$D_s'^{triplex} = \sqrt[3]{D_s' \cdot d^2}$$

Motstand R:

$$R = \rho \frac{l}{A} [\Omega]$$

Spesifikk motstand ρ [Ωm]

Temperaturkorrigering for ledningsmateriale: $R_T = R_{REF} (1 + \alpha(T - T_{REF})) [\Omega]$
Temperatur koefisient for spesifikk motstand α [$1/^\circ\text{C}$]

Langspenningsfall:

$$\Delta V = \frac{1}{V_R} (P \cdot R + ((Q - Q_C) \cdot X))$$

Tverrspenningsfall:

$$\Delta V = \frac{1}{V_R} (X \cdot P - ((Q - Q_C) \cdot R))$$

Tap:

$$P_{\text{tap}} = R \cdot I_R^2 = R \cdot \frac{S^2}{V^2} = \frac{R}{V^2} (P^2 + Q^2)$$

Reaktive tap:

$$Q_{\text{tap}} = X \cdot I_R^2 = X \cdot \frac{S^2}{V^2} = \frac{X}{V^2} (P^2 + Q^2)$$

Pr. unit-impedans trefase:

Indeks N for nominell verdi (base verdi)

Gitt trefase S_N [MVA] og linjespenningen U_N [kVA]:

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N} [\text{kA}]$$

$$Z_N = \frac{U_N^2}{S_N} [\Omega]$$

$$\bar{Z}_{(p.u.)} = \frac{\bar{Z}_{(\Omega)}}{Z_{N(\Omega)}} = \frac{\bar{Z}_{(\Omega)}}{\left(\frac{U_N^2}{S_N}\right)}$$

$$\bar{I}_{(p.u.)} = \frac{(S_{p.u.})^*}{(\bar{U}_{p.u.})^*}$$

$$\bar{I}_{(p.u.)} = \frac{(P_{p.u.})}{(\bar{U}_{p.u.} \cdot \cos \varphi)} \angle -\varphi$$

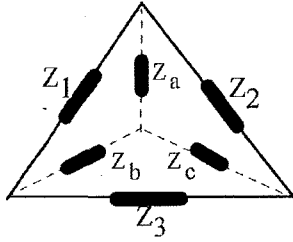
Omregning av p.u.-verdier til en ny felles referanse:

$$\bar{Z}_{\text{nyref}}(p.u.) = \bar{Z}_{\text{original}}(p.u.) \cdot \frac{S_{\text{nyref}}}{S_N} \cdot \left(\frac{U_N}{U_{\text{nyref}}}\right)^2$$

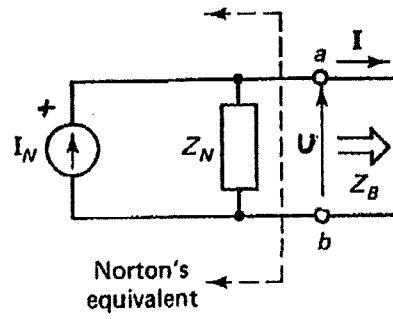
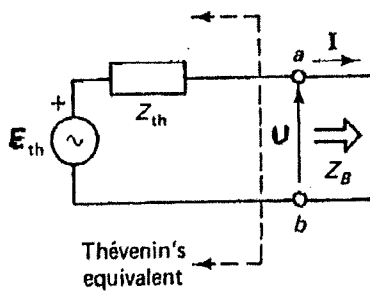
Tilsynelatende effekt:

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = P \pm jQ \quad (\text{p.u.})$$

Trekant-stjerne transformering:



$$\bar{Z}_a = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_{tot}}, \quad \bar{Z}_b = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_{tot}}, \quad \bar{Z}_c = \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_{tot}}, \quad \text{hvor: } \bar{Z}_{tot} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3$$

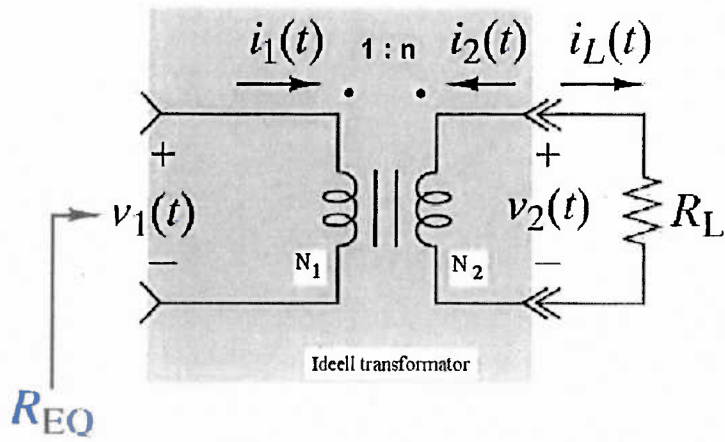


Skal Norton og Thevenin ekvivalentene være ekvivalenter for hverandre må følgende oppfylles:

$$Z_{th} = Z_N$$

$$E_{th} = Z_N \cdot I_N$$

Ideell transformator:



Det er ikke noe effekttap og lekkasjeflukt i transformatoren og vindingene har felles magnetisk felt/fluks.

Omsetningsforholdet n :
$$n = \frac{N_2}{N_1}$$

Ekvivalent inngangsresistans:
$$R_{eq} = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot R_L$$

Spenninger og strømmer:
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_L}{I_1} = \frac{1}{n}$$

Prosedyre ved maskestrømsanalyse for oppsett av likningssystemet: $Z \cdot I = U$

- Ved maskeanalyse ønsker vi spenningskilder. Konverter eventuelle strømkilder til spenningskilder hvis det lar seg gjøre.
- Navngi masker (f.eks: 1, 2, ...)
- Tilordne maskestrømmer med urviseren (I_1, I_2, \dots)
- Sett opp Kirschoffs spenningslov (KVL) rundt hver maske.
- Ordne likningssettene slik at dere samler impedansene foran hver maskestrøm på den ene siden av erlik (\Rightarrow) tegnet og setter spenningskildene i masken på den andresiden.
- Sett systemet på matriseform:
I er da vektoren til maskestrømmene, U er drivende spenningskilder i kretsen.

Prosedyre ved direkte inspeksjon:

- Forutsetter at alle kilder er spenningskilder
- Impedansmatrise Z blir da :
- Z_{ii} : summen av impedanser for maske i
- Z_{ij} : summen av impedanser som maske i og j har felles.
- Diagonalen med Z_{ii} har positive fortegn
- De andre plassene i Z matrisen har negative fortegn.
- $\sum U_i$ er summen av spenningskilden i maske i hvor spenningskildene har positivt fortegn hvis de driver maskestrømmen med urviseren.

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & -Z_{12} & \dots & -Z_{1n} \\ -Z_{21} & Z_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Z_{1n} & \dots & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum U_1 \\ \sum U_2 \\ \dots \\ \sum U_n \end{bmatrix}$$

Prosedyre ved node/knutepunktsanalyse for oppsett av likningssystemet: $I=Y \cdot U$

- Ved knutepunktsanalyse ønsker vi strømkilder. Konverter eventuelle spenningskilder til strømkilder hvis det lar seg gjøre.
- Velg jord som referanseknotepunkt/node .
- Gjør om impedanser til admittanser.
- Navngi knutepunkt (f.eks: 1,2,...)
- Tilordne knutepunktpotensialer (f.eks: V_1, V_2, \dots)
- Sett opp Kirchoffs strømlov (KCL) hvert knutepunkt, men ikke for referanse node.
- Ordne likningsettene slik at dere samler admittansene foran hvert nodepotensial på den ene siden av erlik (=) tegnet og setter strømkildene som mater inn i knutepunktet på den andre siden.
- Sett systemet på matriseform:
V er da vektoren til nodepotensialene, I er drivende strømkilder i kretsen.

Prosedyre ved direkte inspeksjon:

- Forutsetter at alle kilder er strømkilder
- Admittansmatrisen Y blir da :
- Y_{ii} : summen av admittanser direkte tilknyttet knutepunkt i
- Y_{ij} : summen av impedanser som direkte forbinder knutepunkt i og j.
- Diagonalen med Y_{ii} har positive fortegn
- De andre plassene i Y matrisen har negative fortegn.
- $\sum I_i$ er summen av strømkilder som mater direkte inn i knutepunkt i hvor strømkildene er positive hvis de har strømretning inn i knutepunktet.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1n} \\ -Y_{21} & Y_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Y_{1n} & \dots & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum I_1 \\ \sum I_2 \\ \dots \\ \sum I_n \end{bmatrix}$$

Ledningsförluster:

$$P_f = 3 * R * |I_H|^2$$

$$Q_f = 3 * X * |I_H|^2$$

I_H är den ström som flyter genom den aktuella ledaren.

Spänningsfall över ledningar:

$$V_{1h} = V_{2h} + \sqrt{3} \Delta V_f$$

ΔV_f är spänningsfallet över en ledning som man får ut från ekvivalentschemat för en fas.

Det kan annars vara mycket enkelt att glömma att man ska multiplicera ΔV_f med $\sqrt{3}$ för att få svaret i huvudspänning. Index h står för huvudspänning och f för fasspänning.

Effekter:

$$P = \sqrt{3} * |U_h| * |I_h^c| * \cos(\varphi)$$

$$Q = \sqrt{3} * |U_h| * |I_h^c| * \sin(\varphi)$$

$$S = \sqrt{3} * U_h * I_h^c$$

I_h^c betyder att strömmen skall konjugeras.

Geometriskt medelavstånd för avståndet mellan laddningar och spegling för trefase planoppheng:

$$D' = \sqrt[3]{(4h^2 + D_{12}^2) * \sqrt{4h^2 + 4D_{12}^2}}$$

h = ledarens höjd över marken

D_{12} = fasavstånd mellan ledare 1 och 2 och ledare 2 och 3. Fasavstånd ledare 1 och 3 är $2D_{12}$