Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emnenavn:
IRF 30014	**Matematikk 3**
Dato: 14.06.16 **Sensurfrist:** 05.07.16	**Eksamenstid:** 09.00 – 13.00
Antall oppgavesider: 2 **Antall vedleggsider:** 1	**Faglærer:** Tore August Kro **Oppgaven er kontrollert:** Ja

Hjelpemidler:

Godkjent kalkulator og alle skriftlige hjelpemidler

Om eksamensoppgaven:

Gjør alle oppgavene. Alle deloppgaver teller likt.

Vis alle utregninger.

Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig

Oppgave 1. En ellipse med sentrum i origo har eksentrisitet $e = \frac{3}{5}$ og styrelinjer $x = \pm 25$. Finn store og lille halvakse. Hva er ligningen til denne ellipsen? Finn også brennpunktene. Skisser ellipsen sammen med brennpunkt og styrelinjer.

Oppgave 2. Funksjonen f er gitt ved

$$f(x, y, z) = 7x + z.$$

Bruk Lagrange-multiplikatorer til å finne kritiske punkt for denne funksjonen på flaten $7x^3 + 4y^3 - 6yz - 8 = 0$.

Oppgave 3. Beskriv integrasjonsområdet ved polarkoordinater og regn ut dobbeltintegralet

$$\int_0^1 \int_y^{\sqrt{2-y^2}} \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

Oppgave 4. La vektorfeltet $\mathbf{F}$ i planet være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y) = (-2xy^2, 2x^2y).$$

a) La C være kurven parameterisert ved $\mathbf{r}(t) = (1 - t, \sqrt{1-t})$ der $0 \leq t \leq 1$. Regn ut linjeintegralet

$$\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}.$$

b) La D være området i første kvadrant avgrenset av parabelen $y = x^2$ og kurven $y = \sqrt{x}$. Tegn en skisse av området og marker kurven C i samme koordinatsystem. Hvilken retning har C?

c) Bruk Greens teorem til å finne linjeintegralet av $\mathbf{F}$ langs randkurven til D.

Oppgave 5. En flate S er parameterisert ved

$$\mathbf{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \tfrac{1}{2}u^2),$$

der grensene er $0 \leq u \leq \sqrt{v}$ og $0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}$.

a) Sjekk ved innsetting at flaten S er en del av paraboloiden $z = \frac{x^2+y^2}{2}$.

b) Finn de deriverte $\mathbf{r}_u$ og $\mathbf{r}_v$, og regn deretter ut lengden $|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v|$.

c) Finn overflatearealet av flaten S.

Oppgave 6. Finn løsningen av den partielle differensialligningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{900}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

som oppfyller randbetingelsene

$$u(0,t) = 0 \qquad \text{og} \qquad u(\pi,t) = 0$$

og initialbetingelsene

$$u(x,0) = 5\sin(6x) + 2\sin(15x) \qquad \text{og} \qquad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0.$$

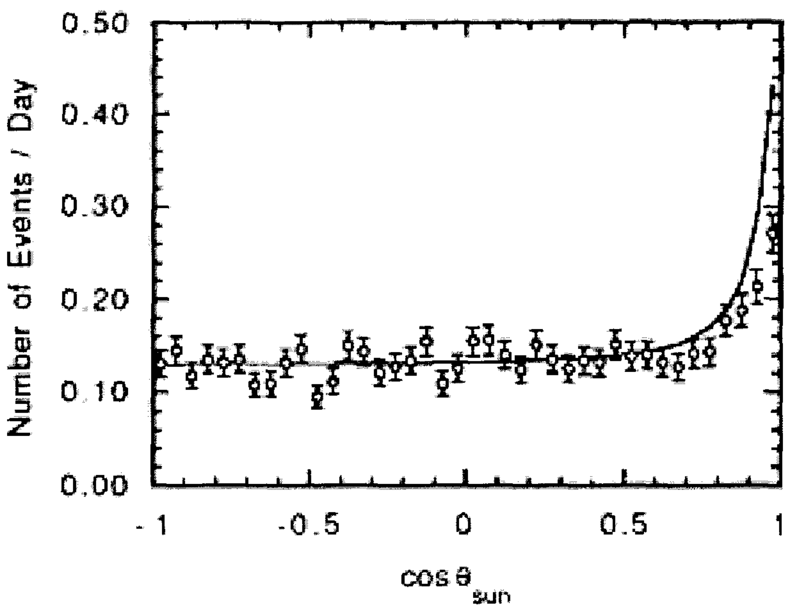
Regn ut $\frac{\partial u}{\partial t}$ for denne løsningen.

Oppgave 7. Anta at sola stråler som et sort legeme som har temperaturen 5800 K

a) Ved hvilken bølgelengde er denne strålingen sterkest?

b) Hva er intensiteten (total utstråling per m^2)?

Oppgave 8. Det er mange hensyn å ta ved plotting av måledata i fysikk. Figuren under er viktig i arbeidene som fikk nobelprisen i fysikk for 2015. Den ble publisert midt på 1990-tallet og viser antall nøytrinoer som er målt som funksjon av retningen de kommer fra.



i) Hva er sirklene med t-streker? Hva er den heltrukne linja?

ii) Forklar hvordan framstillingen oppfyller minst 5 av Tuftes kriterier for visuelle presentasjoner.

Vedlegg

Tuftes kriterier

(1.) Vis dataene.

(2.) Få de som ser på til å tenke på betydningen, ikke på metode, design, teknikk ol.

(3.) Ikke vis dataene slik at de gir feil inntrykk.

(4.) Vis mange data på liten plass

(5.) Få store mengder data til å gi mening sammen.

(6.) Få den som ser på til å sammenligne flere deler.

(7.) Gjør dataene tydelige både i detaljene og samlet sett.

(8.) Framstillingen skal ha en tydelig hensikt: beskrivende, utforskende, systematiserende eller dekorerende.

(9.) Dataene skal samvirke med statistiske og/eller muntlige framstillinger.