Høgskolen i Østfold
Avdeling for ingeniørfag

EKSAMEN **Lærer: Elise Øby**
STATISTIKK

Statistikk IRF22009 **Deleksamen 1 Statistikk:** **IRB22512, IRD22612** **IRE22512**	**Dato: 18.06.2013**	**Tid: 0900-1200**
Antall oppgavesider: 5	**Vedlegg: Ett internt notat, 8 sider** (totalt 13 sider)	
Sensurfrist: 09.07.2013		
Hjelpemidler: **Lærebok, to interne notater, kalkulator av enhver type, godkjent formelsamling** KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG		

Alle deloppgavene teller like mye. Vis alle utregninger. Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Oppgave 1 I en urne ligger 150 hvite knapper og 50 svarte knapper, totalt 200 like store knapper. I blinde trekker du ut 48 knapper uten tilbakelegging. La X være antall svarte knapper av de 48 du har trukket ut.

a) 1) Hvilken sannsynlighetsfordeling har X?

   2) Vis at forventningsverdien og variansen til X er henholdsvis $\mu = E(X) = 12$ og $\sigma^2 = \text{Var}(X) = 6,87$.

b) Finn en tilnærmet sannsynlighet for at det er færre enn eller lik 6 svarte knapper blant de 48 du har trukket ut.

Rosene i tante Margrethes hage har jevnlig besøk av bier. Hver rose har i gjennomsnitt besøk av 8 bier hver time i tidsrommet 07.00-21.00. Vi antar at hver rose kun har besøk av én bie av gangen. La X være antall bier som er innom en bestemt rose i løpet av et kvarter i tidsrommet 07.00-21.00.

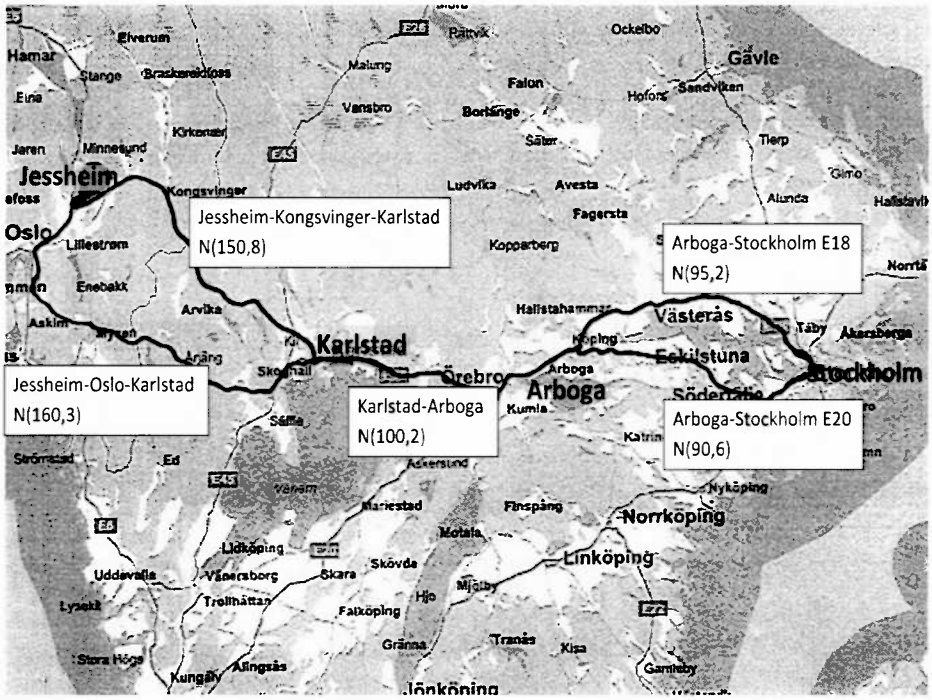
c) 1) Er X Poissonfordelt? Begrunn svaret.

   2) Anta at X er Poissonfordelt, og beregn sannsynligheten for at en bestemt rose har besøk av nøyaktig 3 bier i løpet av et kvarter.

Oppgave 2 Du skal kjøre bil fra Jessheim til Stockholm. Du vurderer fire alternative kjøreruter:

Kjørerute 1: Jessheim-Kongsvinger-Karlstad-Arboga-Stockholm (E18)
Kjørerute 2: Jessheim-Kongsvinger-Karlstad-Arboga-Stockholm (E20)
Kjørerute 3: Jessheim-Oslo-Karlstad-Arboga-Stockholm (E18)
Kjørerute 4: Jessheim-Oslo-Karlstad-Arboga-Stockholm (E20)

Kjøretidene på de ulike veistrekningene er normalfordelte. Forventet kjøretid og standardavvik på de ulike strekningene er angitt i kartet nedenfor. Tidene er oppgitt i minutter.



a) Kjøretiden for Kjørerute 1 er normalfordelt. Finn forventningsverdien og standardavviket for kjøretiden på denne kjøreruten.

b) 1) Hvilken kjørerute må du velge dersom du ønsker så kort forventet kjøretid som mulig? Begrunn svaret.

2) Hvilken kjørerute må du velge dersom du ønsker en mest mulig forutsigbar kjøretid? Begrunn svaret.

c) Kan du være 95% sikker på å ikke bruke mer enn 360 minutter (6 timer) fra Jessheim til Stockholm dersom du velger Kjørerute 2? Begrunn svaret.

Oppgave 3 Anbefalt daglig inntak av fiber er 30 gram for en voksen person. I en reklamekampanje hevdes det at "Mer enn 75% av alle voksne har et for lavt daglig inntak av fiber". Aktørene bak reklamekampanjen begrunner sin påstand med at 32 av de 40 personene de spurte i forkant, oppga at de fikk i seg mindre enn 30 gram fiber per dag.

Andelen p av alle voksne som får i seg for lite fiber per dag er ukjent. Av de 40 personene som er spurt i forkant av reklamekampanjen, svarer 32 stykker at de får i seg for lite fiber per dag. Derfor er $\hat{p} = \frac{32}{40} = 0,8$ en estimert verdi for p.

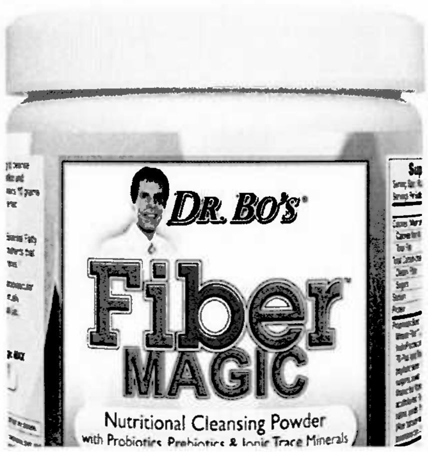
a) Begrunn hvorfor $[0,70, \infty\rangle$ er et 95% konfidensintervall for p. Kan du med utgangspunkt i dette intervallet si at "Mer enn 75% av alle voksne har et for lavt daglig inntak av fiber"?

Forbrukerrådet vil undersøke om det er statistisk belegg for påstanden i kampanjen. Forbrukerrådet vil la reklamekampanjen fortsette bare dersom påstanden kan begrunnes på 0,05-nivå. Dersom påstanden ikke kan begrunnes på 0,05-nivå, vil Forbrukerrådet stoppe kampanjen. Vi definerer hypotesene

H_0: Reklamekampanjen blir stoppet, dvs. $p \leq 0,75$

H_1: Reklamekampanjen blir ikke stoppet, dvs. $p > 0,75$

b) Bruk $\hat{p} = 0,8$ som estimert verdi for p, og gjennomfør en hypotesetest med signifikansnivå $\alpha = 0,05$. Beskriv konklusjonen med ord.



MER ENN 75% AV ALLE VOKSNE HAR ET FOR LAVT DAGLIG INNTAK AV FIBER

Oppgave 4 Det er gjennomført en undersøkelse på 12 pasienter som får tilført samme dose ffH-hormon i en periode på 8 uker. Hormonnivået er målt to ganger for hver pasient: Før behandlingen startet og etter 8 uker med medisinering. Målet med medisineringen er å øke nivået av ffH-hormonet er kroppen. Resultatene er vist nedenfor:

Pasient	1	2	3	4	5	6
Før behandling	1,41	1,28	1,45	1,35	1,33	1,10
Etter 8 uker med medisiner	1,38	1,52	1,44	1,51	1,22	1,28
Pasient	7	8	9	10	11	12
Før behandling	1,27	1,45	1,45	1,38	1,20	1,21
Etter 8 uker med medisiner	1,49	1,68	1,55	1,33	1,39	1,41

a) Det gjennomføres en paret t-test på før- og etterdataene. Avgjør om det kan slås fast på $0,05$-nivå at medisineringen øker hormonnivået i kroppen, når Excel gir følgende utskrift for paret t-test:

T-Test: Gjennomsnitt for to parvise utvalg

	Før behandling	*Etter medisinering*
Gjennomsnitt	1,323	1,433
Varians	0,013	0,016
Observasjoner	12	12
Antatt avvik mellom gjennomsnittene	0	
fg	11	
t-Stat	3,035	
P(T<=t) ensidig	0,006	
T-kritisk, ensidig	1,796	
P(T<=t) tosidig	0,011	
T-kritisk, tosidig	2,201	

Hormonet TSH produseres i hypofysen. Økt TSH-produksjon ledsages ofte av økt tretthetsfølelse og frossenhet. Enkelte pasienter opplever at de er trøtte og at de fryser mye når de får tilført ffH-hormonet som medisin. Dette skaper en mistanke om at økt mengde ffH-hormon fører til økt produksjon av hormonet TSH. Mengden TSH måles for de 12 pasientene som har fått tilført ffH-hormon i 8 uker. Resultatet er vist nedenfor:

Pasient	1	2	3	4	5	6
ffH-nivå etter 8 uker	1,38	1,52	1,44	1,51	1,22	1,28
TSH-nivå	0,72	2,01	1,39	1,51	0,39	0,72
Pasient	7	8	9	10	11	12
ffH-nivå etter 8 uker	1,49	1,68	1,55	1,33	1,39	1,41
TSH-nivå	1,49	2,63	1,55	0,50	1,08	1,75

Oppgaven fortsetter på neste side

Bruk regresjonsutskriften nedenfor til å besvare følgende spørsmål:

b) Hva er formelen for den linja $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ som med minste kvadraters metode passer best til observasjonspunktene?

c) Nullhypotesen er alltid at det ikke er noen sammenheng mellom variablene, dvs. at $H_0 : \beta = 0$. Kan nullhypotesen forkastes på $0,05$-nivå? Begrunn svaret.

Regresjonsstatistikk	
Multippel R	0,914
R-kvadrat	0,836
Justert R-kvadrat	0,819
Standardfeil	0,281
Observasjoner	12

Variansanalyse

	fg	*SK*	*GK*	*F*	*Signifkans-F*
Regresjon	1	4,015	4,015	50,905	3,16166E-05
Residualer	10	0,789	0,079		
Totalt	11	4,804			

	Koeffisienter	*Standardfeil*	*t-Stat*	*P-verdi*	*Nederste 95%*	*Øverste 95%*
Skjæringspunkt	-5,533	0,963	-5,747	0,000186	-7,679	-3,388
ffH	4,776	0,669	7,135	0,000032	3,284	6,267

SLUTT

Vedlegg:

1 Fordelinger og tilnærminger

Binomisk fordeling

En forsøksrekke består av n forsøk. Hvert forsøk har to mulige utfall: Suksess eller ikke suksess. Sannsynligheten for suksess er p i hvert forsøk. Variabelen X=*antall suksesser i løpet av n forsøk* er da binomisk fordelt og

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Forventning: $\mu = E(X) = np$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = np(1-p)$.

Tilnærming til normalfordelingen: For $\sigma^2 \geq 5$ (dvs for $n \geq 20$) er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N(np, \sqrt{np(1-p)})$.

Hypergeometrisk fordeling

I en populasjon på N elementer har M elementer en spesiell egenskap. Det gjøres et utvalg på n elementer fra populasjonen. Variabelen X=*antall elementer i utvalget på n som har spesiell egenskap* er hypergeometrisk fordelt og

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Forventning: $\mu = E(X) = np$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$ der $p = \frac{M}{N}$.

Tilnærming til binomisk fordeling: Når $N >> n$ (hovedregel $N > 10n$) er X tilnærmet binomisk fordelt med suksessannsynlighet $p = \frac{M}{N}$.

Tilnærming til normalfordelingen: Når $\sigma^2 \geq 5$ er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N\left(np, \sqrt{np(1-p)\frac{N-n}{N-1}}\right)$.

Poissonfordelingen

Antall forekomster av hendelsen A er Poissonfordelt hvis

(1) Antall forekomster av A i disjunkte tidsintervaller er uavhengige av hverandre

(2) Forventet antall forekomster av A er konstant lik λ per tidsenhet

(3) To forekomster av A kan ikke være fullstendig sammenfallende på tidsaksen

I løpet av de neste t tidsenhetene vil vi observere X forekomster av hendelsen A. Hvis Poissonforutsetningene er oppfylt, er X Poissonfordelt og

$$P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Forventning: $\mu = E(X) = \lambda t$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = \lambda t$.

Tilnærming til normalfordelingen: Når $\sigma^2 = \lambda t \geq 10$ er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N(\lambda t, \sqrt{\lambda t})$.

2 Sentralgrenseteoremet

Gjennomsnitt av fordelinger

La $X_1, \ldots, X_n$ ($n \geq 20$) være uavhengige variabler fra samme sannsynlighetsfordeling med forventning μ og standardavvik σ. Da er

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) \simeq N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Sum av fordelinger

La $X_1, \ldots, X_n$ ($n \geq 20$) være uavhengige variabler fra samme sannsynlighetsfordeling med forventning μ og standardavvik σ. Da er

$$X_1 + \cdots + X_n \simeq N\left(n\mu, \sqrt{n}\sigma\right)$$

Hvis $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er uavhengige og *normalfordelte* variabler med forventninger μ_i og varianser σ_i^2 der $i = 1, \ldots, n$, vil enhever sum av dem også være normalfordelt:

$$Y = a_1X_1 + \cdots + a_nX_n$$

er normalfordelt med forventning

$$\mu_Y = a_1\mu_1 + \cdots + a_n\mu_n$$

og varians

$$\sigma_Y^2 = a_1^2\sigma_1^2 + \cdots + a_n^2\sigma_n^2$$

3 Estimering

Estimering av forventningsverdien μ

σ er kjent

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være variable fra samme fordeling. Alle har forventningsverdi μ (som er den som er ukjent, og som vi skal estimere en verdi for) og kjent standardavvik σ. Vår beste gjetning for forventningsverdien er gjennomsnittet

$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Ved å gjøre et nytt utvalg av n variable fra denne fordelingen, vil vi få et nytt gjennomsnitt. Dermed kan vi se på $\overline{X}$ som en variabel i seg selv. Sentralgrenseteoremet gir at $\overline{X}$ er tilnærmet normalfordelt

$$\overline{X} \simeq N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Da er det f.eks 95% sikkert at en verdi $\overline{X}$ ligger i intervallet $\mu \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, som gir (ved å stokke litt om på ulikheter) at det er 95% sikkert at μ ligger i intervallet $\overline{X} \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Dermed kan vi lage konfidensintervaller for den ukjente μ basert på en gjennomsnittsverdi:

$$\overline{X} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

σ er ukjent

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være variable fra samme fordeling. Alle har forventningsverdi μ (som er den som er ukjent, og som vi skal estimere en verdi for) og ukjent standardavvik σ. Vår beste gjetning for forventningsverdien er gjennomsnittet

$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Når σ er ukjent, må vi estimere denne også. Vår beste gjetning til variansen i populasjonen, er variansen i utvalget:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

Estimatet for σ blir da

$$\hat{\sigma} = S$$

Konfidensintervaller for μ med estimert verdi for σ lager vi slik:

$$\overline{X} \pm (\text{kritisk verdi fra } t\text{-tabellen med } (n-1) \text{ frihetsgrader}) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Estimering av sannsynlighet/andel p

La X være binomisk fordelt med suksess-sannsynlighet p (ukjent) eller hypergeometrisk fordelt med andel elementer i populasjonen med bestemt egenskap lik $\frac{M}{N} = p$. Ved å gjøre et utvalg på n forsøk og undersøke antall suksesser i forsøksrekken, kan vi beregne en estimert verdi for suksesssannsynligheten:

$$\hat{p} = \frac{X}{n} = \frac{\text{antall suksesser i løpet av } n \text{ forsøk}}{\text{antall forsøk}}$$

Så lenge n er stor nok, $n \geq 20$ (dersom X er hypergeometrisk må i tillegg n være liten nok i forhold til populasjonen ($N >> n$)), er $X \simeq N\left(np, \sqrt{np(1-p)}\right)$. Derfor blir $\hat{p}$ tilnærmet normalfordelt $N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$. Siden vi ikke kjenner verdien av p må vi bruke den estimerte verdien $\hat{p}$ når vi skal lage konfidensintervaller for p:

$$\hat{p} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Estimering av antall hendelser per tidsenhet λ

Hvis X er Poissonfordelt med forventningsverdi λ (ukjent) per tidsenhet, er

$$\hat{\lambda} = \frac{X}{t} = \frac{\text{antall hendeler i løpet av } t \text{ tidsenheter}}{\text{antall tidsenheter}}$$

Så lenge $\lambda t \geq 10$ er $X \simeq N(\lambda t, \sqrt{\lambda t})$ og dermed blir $\hat{\lambda} \simeq N\left(\lambda, \sqrt{\frac{\lambda}{t}}\right)$. Siden vi ikke kjenner verdien av λ, bruker vi $\hat{\lambda}$ når vi skal lage konfidensintervaller for λ:

$$\hat{\lambda} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{t}}$$

4 Hypotesetesting på én dataserie

Z-test: Test av μ når σ er kjent

Testobservatoren er

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Du tror på forventningsverdien μ_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk z-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for normalfordelingen:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$Z >$(kritisk z-verdi)
Alt. 2	$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$Z < -$(kritisk z-verdi)
Alt. 3	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\|Z\| >$(kritisk z-verdi)

T-test: Test av μ når σ er ukjent

Testobservatoren er

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Du tror på forventningsverdien μ_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk t-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for t-fordelingen med $(n-1)$ frihetsgrader:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$T >$(kritisk t-verdi)
Alt. 2	$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$T < -$(kritisk t-verdi)
Alt. 3	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\|T\| >$(kritisk t-verdi)

Hypotesetest av sannsynligheten p

Testobservatoren er

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

Du tror på sannsynligheten p_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk z-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for normalfordelingen:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$p \leq p_0$	$p > p_0$	$Z >$(kritisk z-verdi)
Alt. 2	$p \geq p_0$	$p < p_0$	$Z < -$(kritisk z-verdi)
Alt. 3	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\|Z\| >$(kritisk z-verdi)

Grubbs test for ensomme uteliggere

Hypoteser:

H_0: Det er ingen uteliggere i datasettet

H_1: Det er nøyaktig én uteligger i datasettet

Testobservatoren er

$$G = \frac{\max|Y_i - \overline{Y}|}{S}$$

der $Y_1, \ldots, Y_N$ er dataverdiene, $\overline{Y}$ er gjennomsnittet av dataverdiene og S er utvalgets standardavvik $\left(S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \overline{Y})^2\right)$. Nullhypotesen forkastes dersom

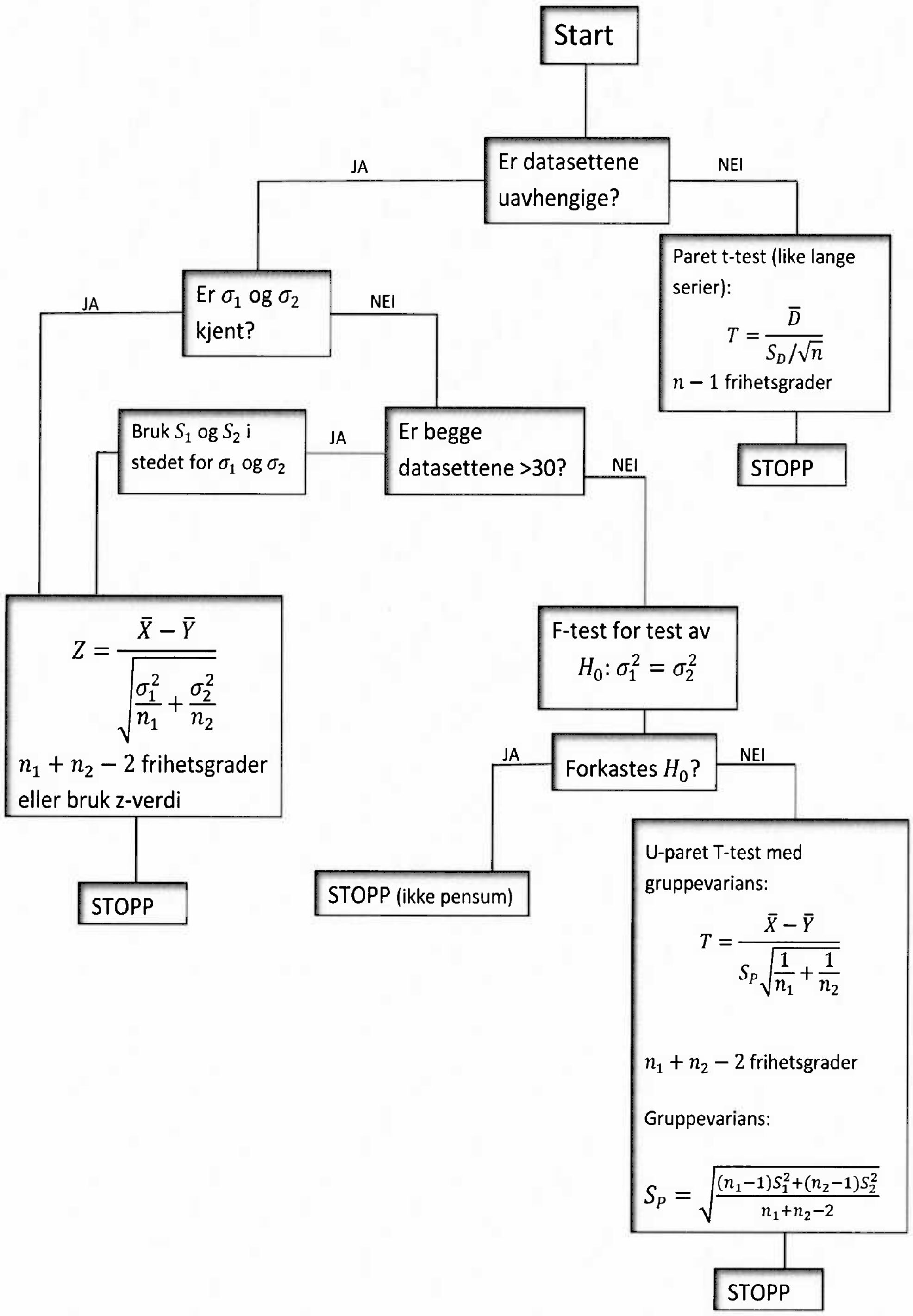
$$G > \frac{N-1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{t^2}{N-2+t^2}}$$

der t finnes i tabellen for t-fordelingen:

* $N-2$ frihetsgrader
* signifikansnivå $\alpha/2N$

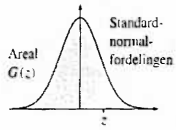
Ved ensidig test (sjekker om største/minste verdi er uteligger), brukes signifikansnivået α/N for å finne t.

Hypotesetesting med to dataserier



D.3 Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gauss-funksjonen $G(z)$ for forskjellige valg av z.

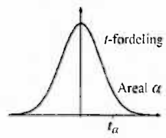


z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verdien til G(z) er beregnet med Excel-funksjonen NORMALFORDELING(z;0;1;1).

D.5 *t*-fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien t_α for forskjellige valg av nivået α.



Antall frihetsgrader	Areal *alfa*					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdien t_{alfa} er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2*alfa; frihetsgrad).