Høgskolen i Østfold
Avdeling for ingeniørfag

EKSAMENSOPPGAVE
Emne: IRF20012 Matematikk 2 **Lærer/telefon: Tore A. Kro, 900 22 321**

Grupper: Ingeniør	**Dato: 03.12.2014**	**Tid: 0900-1300**
Antall oppgavesider: 2	**Antall vedleggsider: Ingen**	
Sensurfrist: 08.01.2015		
Hjelpemidler: **Godkjent kalkulator og alle skriftlige hjelpemidler**		
KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG		

Vis alle utregninger. Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Oppgave 1. La $f(x,y) = 6x^2 + 6xy + y^3 - 36y$.

a) Regn ut de partielt deriverte av første og andre orden.

b) Finn og klassifiser de kritiske punktene.

Oppgave 2. En funksjon f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } -2 < x < -1, \\ 1, & \text{for } -1 \leq x \leq 1 \text{ og} \\ 0, & \text{for } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Funksjonen utvides periodisk ved $f(x+4) = f(x)$.

a) Tegn grafen for x fra -6 til 6. Er funksjonen odde, jevn eller ingen av delene? Hva er perioden?

b) Finn Fourier-rekken til $f(x)$.

Oppgave 3.

a) Regn ut Laplace-transformasjonen

$$\mathcal{L}\left((t^2+1)e^{-3t}\right).$$

b) Bruk Laplace-transformasjonen til å løse startverdiproblemet

$$y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3t}, \qquad \text{der } y(0) = 1 \text{ og } y'(0) = -3.$$

Oppgave 4. Se på følgende matrise og vektor

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}8 \\ 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \end{pmatrix}, \qquad \text{og} \qquad \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Sjekk at $\vec{v}_1$ er egenvektor til A. Hva er den tilhørende egenverdien?

b) Om mulig finn en diagonal matrise D og en inverterbar matrise P slik at $A = PDP^{-1}$.
I denne deloppgaven behøver du ikke skrive mellomregning for Gausseliminasjon. Det er tilstrekkelig å skrive opp totalmatrisen og deretter angi (redusert) trappeform.

I byen Sarpshald skifter innbyggerne mellom røde, gule og blå jakker. Den 1. januar er gul–jakke–dagen og alle innbyggerne går med gul jakke. La x_n være andelen av innbyggerne som bruker rød jakke på den n-te dagen i året. Tilsvarende la y_n og z_n være andelen som bruker henholdsvis gul og blå jakke. Innbyggerne velger sin jakkefarge påfølgende dag etter modellen

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}.$$

c) Hvor mange prosent av de som bruker blå jakke en dag skifter til gul jakke neste dag?

d) Hva er likevektsvektoren for systemet? I det lange løp stabiliserer fordelingen av jakkefarger seg. Hvilken farge er den mest brukte?

Oppgave 5.

a) Avgjør om rekken konvergerer eller divergerer:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n^2+3n}$$

b) Finn konvergensradius til potensrekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)\cdot(n!)} x^n.$$

c) Bruk Leibniztesten til å vise at den alternerende rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$$

konvergerer. Bestem et antall ledd N slik at feilen ved å avbryte summeringen etter N ledd blir mindre enn 10^{-3}.