

EKSAMEN

| | |
|---|--|
| Emnekode: IRB21519-1 19H | Emnenavn: Konstruksjonsteknikk 1 |
| Dato: 05.12.2019 Sensurfrist: 27.12.2019 | Eksamenstid: KL 0900 - 1300 |
| Antall oppgavesider: 3 Antall vedleggsider: 6 | Faglærer: Jeovan De Freitas (970 968 317) Oppgaven er kontrollert: Ja |
| Hjelpemidler: <ul style="list-style-type: none">• Kalkulator | |
| Om eksamensoppgaven: <p style="text-align: center;">Alle besvarelser må begrunnes</p> | |
| Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig | |

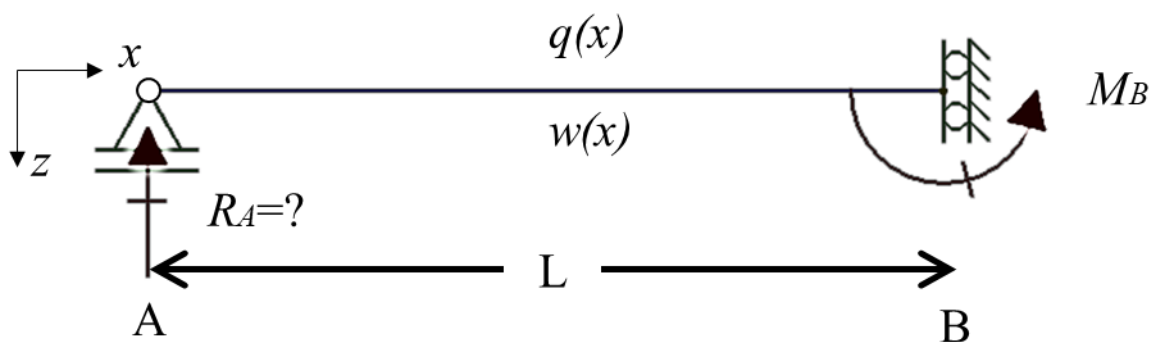


Eksemen

Oppgave 1 (30%)

Hvis Bøyemomentskurve for den vist bjelke med tverrsnitts konstante E og I er:

$$M(x) := \frac{q_0 \cdot L \cdot x}{2} - \frac{q_0 \cdot x^2}{2} + \frac{q_0 \cdot x^3}{6 \cdot L}$$



- Bestem **Reaksjonskraft** R_A ved punkt A
- Bjelkens **Lastkurve** $q(x)$.
- Bjelkens **Utbøyningskurven** $w(x)$
- Vinkelendringen** θ_A ved punkt A

Oppgave 2 (30%)

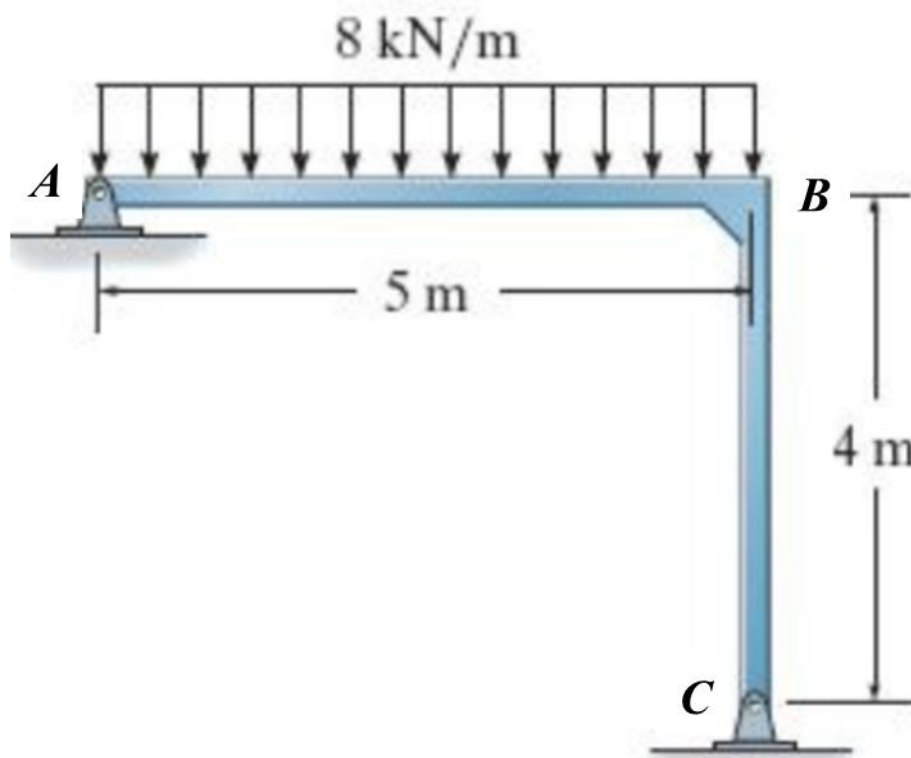
Gitt en gang statisk ubestemt ramme ACB, som vist på figuren under.

Rammen er belastet med en jevnt fordelt last $q = 8 \text{ kN/m}$ mellom punktene A og B .

Høyde = 4 m og Bredde = 5 m.

Stivheten EI er konstant over hele rammen.

- Beregn resulterende reaksjonskrefter i A og C .
- Tegn resulterende momentdiagram for hele rammen.



Oppgave 3 (40%)

Vi antar en fritt opplaget bjelke A-A trebjelke med 6m lang med rektangulært tverrsnitt 48x198mm, med elastikk modulus $E=13500$ MPa, og hvis vi setter at:

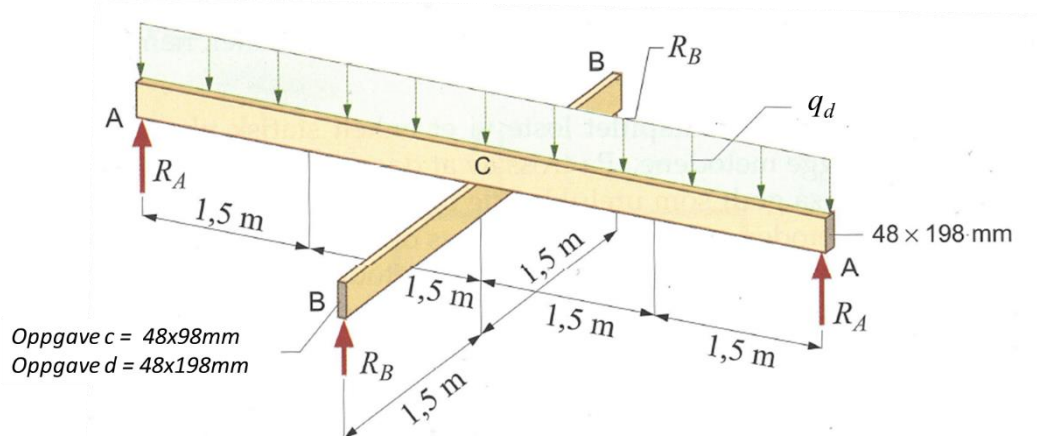
Egenlast bjelke: $g_{b,k} = 1,0$ kN/m

Snølast $q_{s,k} = 21,6$ kN/m

Vindlast (sugg) $q_{sugg,k} = -4.1$ kN/m

- a) Finn **dimensjonerende tastkombinasjonen** q_d til Bjelke A-A. (antar at q_d belastning er konstant på hele bjelken A-A)

Figur ned viser fritt opplagte Bjelke A-A som krysser med en fritt opplagte Bjelke B-B. I ubelastet tilstand er det akkurat kontakt mellom bjelkene i midtpunktet C. Opplaggs punktet C ligger i midtpunktet til begge bjelkene. Bjelke A-A belastes med en jevnt fordelt vertikal kraft q_d fra oppgave a, som viser på figur.



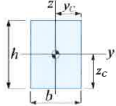
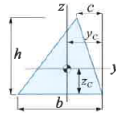
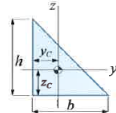
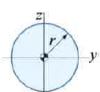
Hvis vi antar at alle horisontale krefter er null, bestem:

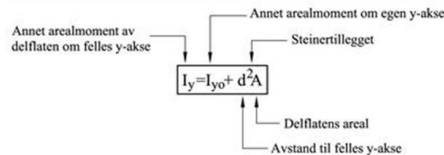
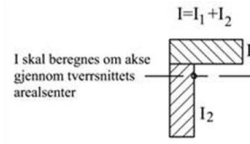
- b) **Maksimal nedbøyning i punkt C** når igjen understøttelse (ikke bjelke B-B)
- c) **Maksimal nedbøyning i punkt C** når understøttelse av en 3 m lang rett trebjelke B-B med tverrsnitt 48x98mm.
- d) **Maksimal bøyespenning i bjelke A-A** når understøttelse av en 3 m lang rett trebjelke B-B med tverrsnitt 48x198mm (25%)

Vedlegg 1: Arealer og Integrasjons tabell, Bjelkeformler

AREALER og VOLUMER

Symbolet \bullet angir areal-/volum-senter.

| | |
|--|---|
|  | Rektangel $A = bh$ $y_c = b/2$ $z_c = h/2$ $I_y = \frac{bh^3}{12}$ $I_z = \frac{hb^3}{12}$ |
|  | Trekant $A = bh/2$ $y_c = (b+c)/3$ $z_c = h/3$ $I_y = \frac{bh^3}{36}$ $I_z = \frac{bh}{36}(b^2 - bc + c^2)$ |
|  | Rettvinklet trekant $A = bh/2$ $y_c = b/3$ $z_c = h/3$ $I_y = \frac{bh^3}{36}$ $I_z = \frac{hb^3}{36}$ |
|  | Sirkel $A = \pi r^2$ $I_y = I_z = \pi r^4/4$ |



| Common Functions | Function | Integral |
|-----------------------------|------------------------|--------------------|
| Constant | $\int a \, dx$ | $ax + C$ |
| Variable | $\int x \, dx$ | $x^2/2 + C$ |
| Square | $\int x^2 \, dx$ | $x^3/3 + C$ |
| Reciprocal | $\int (1/x) \, dx$ | $\ln x + C$ |
| Exponential | $\int e^x \, dx$ | $e^x + C$ |
| | $\int a^x \, dx$ | $a^x/\ln(a) + C$ |
| | $\int \ln(x) \, dx$ | $x \ln(x) - x + C$ |
| Trigonometry (x in radians) | $\int \cos(x) \, dx$ | $\sin(x) + C$ |
| | $\int \sin(x) \, dx$ | $-\cos(x) + C$ |
| | $\int \sec^2(x) \, dx$ | $\tan(x) + C$ |

| Formler | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| $\sigma_x = \frac{M}{I_y} z$ | |
| $\tau_{maks} = \frac{V_y}{I_y b} S_y$ | |
| $Z \Rightarrow$ | avstanden fra nøytralaksen |
| $I_y \Rightarrow$ | Arealmoment om nøytralaksen |
| $S_y \Rightarrow$ | Statisk moment om nøytralaksen |
| $b \Rightarrow$ | Bredde på profillet |
| | $S_y = \int y \, dA = \sum z_i A_i$ |

BJELKEFORMLER

Her gjengir vi formler for enkle prismatiske bjelker basert på teknisk bjelke-teori, dvs. EULER-BERNOULLI teori. Hovedvekten er lagt på forskyvninger og helninger (vinkler), men i noen tilfeller er også momenter og skjærkrefter gitt.

De aller fleste av formlene som er gjengitt kan utledes fra en av de to differensial-ligningene som ble utviklet i kapittel 5, dvs

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{p(x)}{EI} \quad \text{eller} \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

1

$$w_B = \frac{PL^3}{3EI} \quad \phi_B = \frac{PL^2}{2EI}$$

2

$$w_C = \frac{Pa^3}{3EI} \quad w_B = \frac{Pa^2}{6EI}(3L-a)$$

$$\phi_B = \frac{Pa^2}{2EI}$$

3

$$w_B = \frac{ML^2}{2EI} \quad \phi_B = \frac{ML}{EI}$$

4

$$w_C = \frac{Ma^2}{2EI} \quad w_B = \frac{Ma}{2EI}(2L-a)$$

$$\phi_B = \frac{Ma}{EI}$$

5

$$w_B = \frac{pL^4}{8EI} \quad \phi_B = \frac{pL^3}{6EI}$$

11

$$\phi_A = \phi_B = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$w_C = \frac{PL^3}{48EI}$$

12

$$\phi_A = \frac{Pab(L+b)}{6L \cdot EI} \quad \phi_B = \frac{Pab(L+a)}{6L \cdot EI}$$

$$w_C = \frac{Pbx}{6L \cdot EI}(L^2 - b^2 - x^2), \quad x \leq a$$

13

$$\phi_A = \frac{ML}{3EI} \quad \phi_B = \frac{\phi_A}{2} = \frac{ML}{6EI}$$

$$w(x) = \frac{M(L-x)}{6L \cdot EI}(2Lx - x^2)$$

$$w_C = \frac{ML^2}{16EI}$$

14

$$\phi_A = \phi_B = \frac{ML}{2EI}$$

$$w(x) = \frac{Mx}{2EI}(L-x)$$

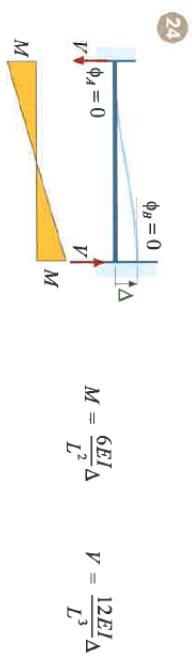
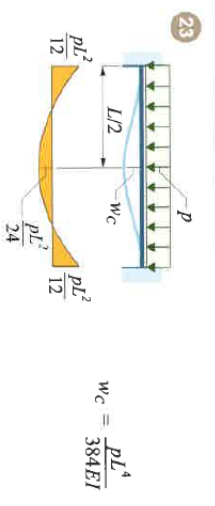
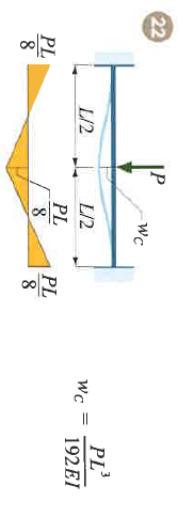
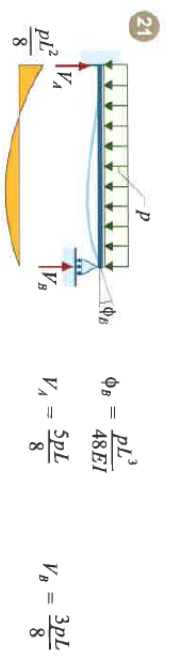
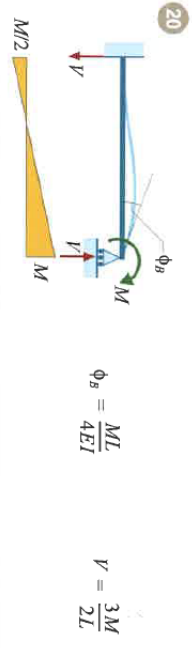
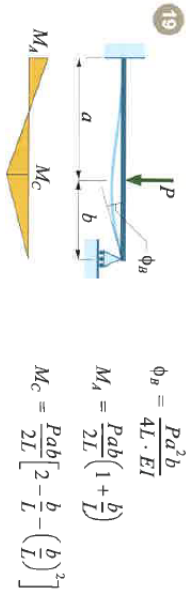
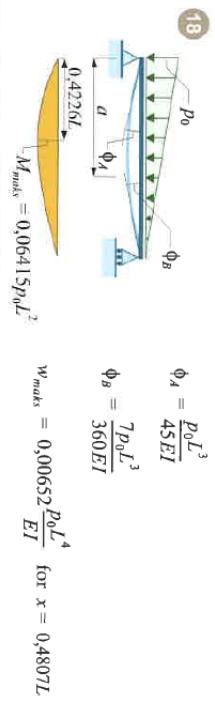
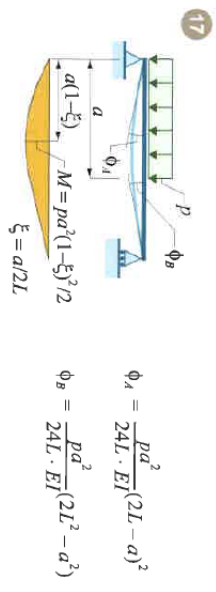
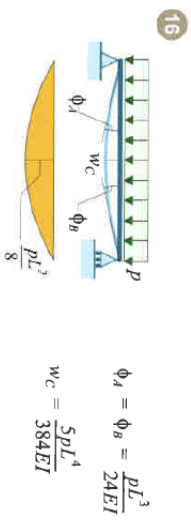
$$w_C = \frac{ML^2}{8EI}$$

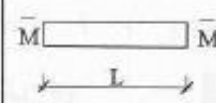
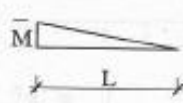
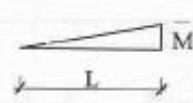
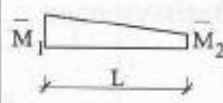
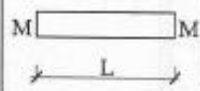


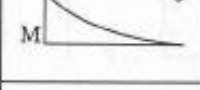

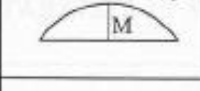
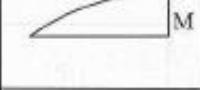
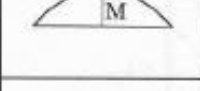
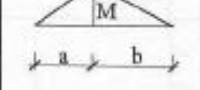
15

$$\phi_A = \frac{M}{6L \cdot EI}(6aL - 3a^2 - 2L^2)$$

$$\phi_B = \frac{M}{6L \cdot EI}(3a^2 - L^2)$$

$$w_C = \frac{Mab}{3L \cdot EI}(2a - L)$$



| |  |  |  |  |
|---|---|---|--|---|
|  | $M\bar{M}L$ | $\frac{1}{2}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{2}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{2}M(\bar{M}_1 + \bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{1}{2}(M_1 + M_2)\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}(2M_1 + M_2)\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}(M_1 + 2M_2)\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}[M_1(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2) + M_2(\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2)]L$ |
|  | $\frac{1}{2}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}M(2\bar{M}_1 + \bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{1}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{4}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{12}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{12}M(3\bar{M}_1 + \bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{2}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{5}{12}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{4}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{12}M(5\bar{M}_1 + 3\bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{2}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{3}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{3}M(\bar{M}_1 + \bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{2}{\pi}M\bar{M}L$ | $\frac{2\pi - 4}{\pi^2}M\bar{M}L$ | $\frac{4}{\pi^2}M\bar{M}L$ | $\frac{2}{\pi^2}M[(\pi - 2)\bar{M}_1 + 2\bar{M}_2]L$ |
|  | $\frac{2}{\pi}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{\pi}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{\pi}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{\pi}M(\bar{M}_1 + \bar{M}_2)L$ |
|  | $\frac{1}{2}M\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}(1 + \frac{b}{L})M\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}(1 + \frac{a}{L})M\bar{M}L$ | $\frac{1}{6}M[\bar{M}_1(1 + \frac{b}{L}) + \bar{M}_2(1 + \frac{a}{L})]L$ |

* Momentforløpet er gitt ved et annengrads polynom (parabel)

** Momentforløpet er gitt ved en sinusfunksjon

Tabellen gir verdien av integralet: $\int_0^L M(x)\bar{M}(x) dx$

Vedlegg 2: Eurokoder

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} "+" \gamma_P P "+" \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \\ \sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} "+" \gamma_P P "+" \gamma_{Q,1} Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \end{array} \right. \quad (6.10a)$$

der:

"+" betyr "kombineres med";

Σ betyr "kombinert virkning av";

ξ er en reduksjonsfaktor for ugunstige permanente laster G.

MERKNAD Ytterligere opplysninger for dette alternativet er gitt i tillegg A.

Tabell A1.1 – Anbefalte verdier for ψ -faktorer for bygninger

| Last | ψ_0 | ψ_1 | ψ_2 |
|---|----------|----------|----------|
| Kategorier for nyttearealer i bygninger (se NS-EN 1991-1-1) | | | |
| Kategori A: innendørs bostedsarealer | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| Kategori B: kontorarealer | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| Kategori C: arealer hvor personer kan samles | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| Kategori D: forretningsarealer | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| Kategori E: lagerarealer | 1,0 | 0,9 | 0,8 |
| Kategori F: trafikkarealer, kjøretøyvekt ≤ 30 kN | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| Kategori G: trafikkarealer, 30 kN < kjøretøyvekt ≤ 160 kN | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| Kategori H: tak | 0 | 0 | 0 |
| Snølaste på bygninger (se NS-EN 1991-1-3)* | | | |
| Finland, Island, Norge, Sverige | 0,70 | 0,50 | 0,20 |
| Øvrige CEN-medlemsland, for steder med beliggenhet $H > 1000$ m o.h. | 0,70 | 0,50 | 0,20 |
| Øvrige CEN-medlemsland, for steder med beliggenhet $H \leq 1000$ m o.h. | 0,50 | 0,20 | 0 |
| Vindlaste på bygninger (se NS-EN 1991-1-4) | 0,6 | 0,2 | 0 |
| Temperatur (ikke brann) i bygninger (se NS-EN 1991-1-5) | 0,6 | 0,5 | 0 |
| MERKNAD ψ -verdiene kan fastsettes i det nasjonale tillegget. | | | |
| * For land som ikke er nevnt nedenfor, se relevante lokale vilkår. | | | |

Tabell NA.A2.4(B) – Dimensjonerende verdier for laster (STR/GEO) (Sett B)

| Vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner | Permanente laster | | Forspenning | Dominerende variabel last (*) | Øvrige variable laster (*) |
|---|------------------------------------|--------------------------------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| | Ugunstig | Gunstig | | | |
| (Ligning 6.10 a) | $\gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$ | $\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$ | $\gamma_p P$ | $\gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1}$ | $\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$ |
| (Ligning 6.10 b) | $\xi \gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$ | $\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$ | $\gamma_p P$ | $\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$ | $\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$ |

(*) Variable laster er de som er oppført i tabellene NA.A2.1 til NA.A2.3.

MERKNAD 1 Det skal i bruddgrenstilstanden påvises ved bruk av ligningene 6.10 a og 6.10 b at bruers konstruksjonsoppførelse er i overensstemmelse med antatt beregningsmodell, ut over mindre endringer (f.eks. oppløst fra lager, strekkpeler som det ses bort fra, flyteledd osv.) som kan aksepteres forutsatt at konstruksjonen dimensjoneres i overensstemmelse med de endrede forutsetningene.

MERKNAD 2 Det benyttes følgende sett med γ - og ξ -verdier ved bruk av uttrykk 6.10a og 6.10b:

$\gamma_{G,sup} = 1,35$ for permanent last, untatt de som er listet under ¹⁾²⁾

1,00 for irreversible deformasjonslaster ³⁾

1,20 for permanent del av vanntrykk

$\gamma_{G,inf} = 1,0$ for permanent last¹⁾²⁾

0 for irreversible deformasjonslaster ³⁾

1,0 for vanntrykk

$\xi = 0,89$ for egenvekt ¹⁾

$\gamma_p =$ verdier gitt i de aktuelle Eurokodene ⁴⁾

$\gamma_Q = 1,35$ for vegtrafikk fra kjøretøyer og fotgjengere, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)

$\gamma_Q = 1,5$ for jernbanetrafikk, hvis ugunstig (0 hvis gunstig). For lastmodell SW/2 benyttes $\gamma_Q = 1,2$

$\gamma_Q = 1,60$ for laster fra vind, bølger og strøm, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)

$\gamma_Q = 1,20$ for temperaturlast, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)

$\gamma_Q = 1,35$ for last fra lagerfriksjon og variabel del av vanntrykk, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)

$\gamma_Q = 1,50$ for øvrige variable laster, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)

¹⁾ Disse verdiene gjelder for egenvekt av bærende og ikke-bærende konstruksjonsdeler, ballast, jord, flyttbare laster osv.

²⁾ De karakteristiske verdiene for laster av samme opprinnelse, for eksempel egenvekt, multipliseres med $\gamma_{G,j,sup}$ hvis resultatet i form av den totale lastvirkningen er ugunstig, og med $\gamma_{G,j,inf}$ hvis resultatet i form av den totale lastvirkningen er gunstig. Dette gjelder også om forskjellige materialer er brukt.

³⁾ Irreversible deformasjonslaster kan være bl.a. differansesetning, kryp og svinn. For γ -verdier for svinn vises til NS-EN 1992-1-1. Se også NS-EN 1991 til NS-EN 1999 for eventuelle øvrige γ -verdier som skal brukes for påførte deformasjoner. Irreversible deformasjonslaster skal alltid tas med dersom de har ugunstig virkning.

⁴⁾ Der dette er aktuelt, gjelder verdiene også for indirekte virkninger av spennkrefter, dvs. som tvangskrefter i statisk ubestemte konstruksjoner.

MERKNAD 3 Jf. fotnote 2 over. Se også A2.3.1 (2).

MERKNAD 4 For spesielle påvisninger kan verdiene for γ_G og γ_Q igjen deles inn i verdiene γ_G og γ_Q og modellens usikkerhetsfaktor γ_{sd} . En verdi for γ_{sd} som ligger mellom 1,05 til 1,15, kan normalt benyttes.

Mer detaljerte regler for dette kan gis for det enkelte prosjekt.

MERKNAD 5 For laster fra vann som ikke er dekket i denne tabellen eller av NS-EN 1997 (f.eks. rennende vann), kan lastkombinasjonene som skal brukes, angis for det enkelte prosjekt.